

Математические модели формирования изображения глазом с дифракционными хрусталиками

А.В. Горностай¹

¹Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Московское шоссе 34А, Самара, Россия, 443086

Аннотация. В данной статье приведён обзор работ, посвящённых анализу математических моделей различных типов гибридных дифракционных интраокулярных линз. Для сравнения были взяты бифокальные, трифокальные и мультифокальные линзы. Для моделирования работы интраокулярной линзы используется либо геометрикооптическое приближение, либо приближение, основанное на скалярной теории дифракции. Показаны преимущества и недостатки бифокальных, трифокальных и мультифокальных линз с точки зрения энергетической эффективности, функции передачи модуляции, функции рассеяния точки.

1. Введение

При выборе метода коррекции зрения важно понимать, какие методы лечения нужно подобрать тому или иному пациенту и с какими сложностями здесь можно столкнуться. Так как статистические исследования по глазам пациентов и физические модели глаз не позволяют сравнить любые желаемые параметры у линз различных типов, актуально создание математических моделей глаз с интраокулярными линзами (ИОЛ). Большое распространение получили дифракционные ИОЛ (ДИОЛ), так как для этого типа линз имеется возможность сделать несколько фокусов и, тем самым, дать возможность получить изображение на средних (порядка 0,5-1м) дистанциях с малым размытием. Также есть возможность компенсировать аберрации роговицы глаза. Наиболее доступный способ смоделировать поведение глаза с ИОЛ – это использовать программу «Zemax». Однако в этой программе дифракционные оптические элементы можно создать лишь в виде бинарных. В программе невозможно вычислить энергетическую эффективность голограммы. Среди оптических программ существует программа «CodeV», однако там можно использовать лишь простейшие дифракционные оптические элементы (ДОЭ). В некоторых статьях упоминается программа «VirtualLab». Эта программа позволяет моделировать ступенчатые ДОЭ и изучать распределение энергии, прошедшей в те или иные порядки дифракции.

2. Выбор модели глаза

В статье [40] было проведено сравнение моделей Гульстранда, Швиегерлинга, Эмсли, Гельмгольца-Лоуренца, Лиоу и Брэннана. Модель Лиоу-Брэннана (рис. 1 и табл. 1) признана наиболее реалистичной, так как только в ней учтена природная децентрировка зрачка. По этой причине график функции рассеяния точки только для этой модели выглядит несимметричным (рис. 2).

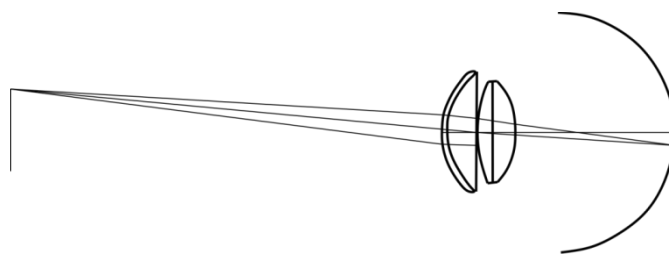


Рисунок 1. Модель Лиоу-Брэннана (1997).

Таблица 1. Параметры компонентов глаза для модели Лиоу-Брэннана.

Поверхность	Радиус, мм	Толщина, мм	Коника	Коэффициент преломления (для 555 нм)
1	7,77	0,50	-0,18	1,376
2	6,40	3,16	-0,60	1,336
3	12,40	1,59	-0,94	Grad A
4	∞	2,43	-	Grad P
5	-8,10	16,27	0,96	1,336

$$\text{Grad A} = 1.368 + 0.049057z - 0.015427z^2 - 0.001978r^2$$

$$\text{Grad P} = 1.407 - 0.006605z^2 - 0.001978r^2$$

$$n(\lambda) = n(0.555 \text{ мкм}) + 0.0512 - 0.1455\lambda + 0.0961\lambda^2$$

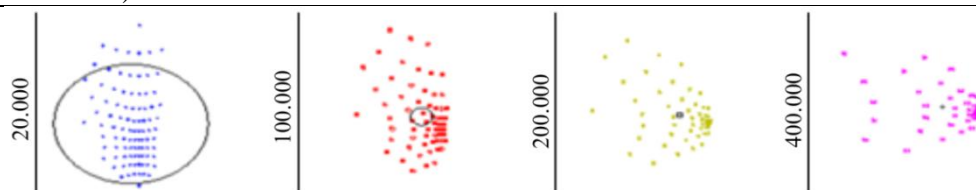


Рисунок 2. Функция рассеяния точки в микрометрах для модели Лиоу-Брэннана.

Именно эта модель и берётся за основу при расчёте искусственных интраокулярных линз (ИОЛ). В статье [7] использована программа Zemax и модель Лиоу-Брэннана. Результаты показаны с помощью функции рассеяния точки. В этой модели хрусталик показан как составная линза. В статье [52] хотя модель глаза и показана с учётом дифракционных эффектов и есть возможность добавлять интраокулярную линзу, воспользоваться такой моделью затруднительно из-за отсутствия описания каких-либо характеристик глаза. В статье [19] описана наиболее полная геометрикооптическая модель, где хрусталик показан как слоистая структура. Однако эта модель не может быть воспроизведена в программах для моделирования оптических систем. Эта особенность не является существенной.

3. Сравнение характеристик математических моделей линз

В статье [3] приведены результаты сравнительного анализа хроматизма дифракционных и однородных рефракционных линз. Обсуждены возможности коррекции сферохроматизма третьего и пятого порядков таких линз. Тип дифракционных линз не указан, здесь он значения не имеет. Сам хроматизм зависит только от материала линзы и наличия/отсутствия дифракционной структуры. Эту абберацию можно вычислить в любой программе из упомянутых выше.

В статье [4] сделан вывод, что влияние побочных дифракционных порядков на изображение, проявляющееся в виде засветов, незначительно. В статьях [12-13] был применён другой подход — созданы многопорядковые ИОЛ с целью снижения хроматизма. Там используются преимущественно высокие порядки дифракции.

Несмотря на то, что в статье [8] описана физическая модель, в этой статье поднимается вопрос глубины фокуса интраокулярных линз.

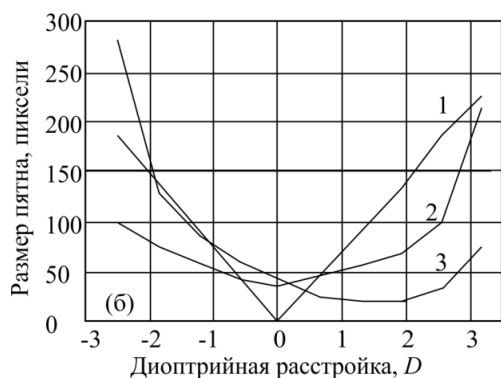


Рисунок 3. 1 – безабберационная система. 2 – система с внесённой комой шириной в 5 длин волн. 3. – система со сферической aberrацией шириной в 5 длин волн.

В статье [12] описываются трифокальные линзы с синусоидальным профилем моделируется влияние фоновой освещённости на качество изображения. Для оценки используется МПФ.

В статье [28] даётся обоснование выбора модели Лотмара, где передняя поверхность глаза асферична. Гибридная линза была рассчитана в «Zemax». Число Штреля сравнивается между системами с ИОЛ МИОЛ Аккорд и ИОЛ «AcrySofRestor». У МИОЛ оно выше. Линзы – бифокальные.

В статье [34] в рамках скалярной теории дифракции выполнен анализ осевого распределения, формируемого бинарной линзой (зонной пластинкой). Аналитически показано, что для линз с невысокой числовой апертурой несколько локальных фокусов, следующих сразу за основным, имеют интенсивность, близкую к интенсивности основного фокуса за счёт пропорционального уменьшения поперечных размеров локальных фокусов. В области же близкой к оптическому элементу, где перестаёт действовать параксиальное приближение, поперечный размер фокальных пятен перестаёт уменьшаться и, соответственно, интенсивность падает пропорционально квадрату номера фокуса. Численные и экспериментальные результаты показывают соответствие аналитическим выкладкам. Для определения качества изображения были рассмотрены МПФ, ФРТ и вычислено продольное распределение интенсивности света.

В статье [42] проведено сравнение дифракционной эффективности, модуляционной передаточной функции и хроматических aberrаций у бифокальных линз с прямоугольным, параболическим, параболическим с пазами и синусоидальным профилями. Дифракционная эффективность вычислялась как относительная, суммарная дифракционная эффективность от всех порядков равна 100%. Для случая бинарной линзы энергия распределена между 1 и -1 порядками, у остальных линз энергия преимущественно идёт в -1 и 0 порядки. МПФ у всех типов линз различается несущественно, но у синусоидальной МПФ ближе к дифракционному пределу, а у параболической с пазами МПФ наихудшая. Если рассматривать отдельные длины волн, МПФ у бинарной линзы для случаев ближних дистанций и 440 нм и дальних дистанций и 640 нм наихудшая, для случаев ближних дистанций и 640 нм и дальних дистанций и 440 нм – наилучшая. Противоположные результаты получаются для синусоидальной и параболической линз. У линз с пазами параметры средние.

В статье [80] описывается линза с тремя фокусами и прямоугольным профилем. Показаны продольное распределение интенсивности и распределение энергии между фокусами (рис. 4).

Фазовая функция зонной пластинки имеет вид:

$$\varphi_{mf}(\rho) = \Phi[\varphi_d(\rho)] = \Phi \left[\text{mod}_{2\pi} \left(\frac{k_0 n_w \rho^2}{2 f_d} \right) \right], \quad \rho \in [0, R] \quad (1)$$

где R – апертурный радиус зонной пластинки, функция $\varphi_d(\rho) = \Phi \left[\text{mod}_{2\pi} \left(\frac{k_0 n_w \rho^2}{2 f_d} \right) \right]$, – параксиальная фазовая функция с фокальной длиной f_d в воде, k – волновое число для свободного пространства.

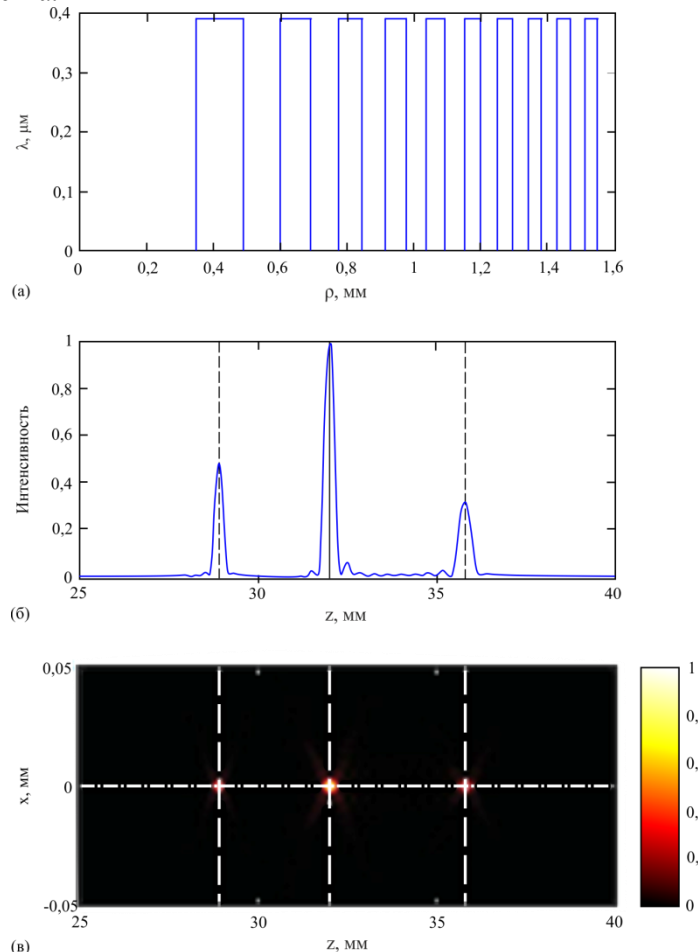


Рисунок 4. Распределение энергии между фокусами. а) Рассчитанный рельеф зонной пластинки; б) Нормализованное распределение интенсивности; в) Распределение интенсивности в горизонтальной плоскости. Пунктир в б) и в) показывает положение фокусов.

Статья [82] интересна тем, что там имитировалось исследование на пациентах с помощью метода Монте-Карло. Изучалась мультифокальная ИОЛ «AcrySofReSTOR» и её МПФ.

В статье [94] рассмотрены би- и трифокальные линзы. С помощью программ Zemax и VirtualLab были проанализированы МПФ и распределение энергии между порядками дифракции. Сравнение МПФ, построенной методами геометрической и волновой оптики, показаны на рис. 5. В статье показаны также изображения штриховой миры для рефракционной, бифокальной и трифокальной линз. Эти изображения получены на физической модели. В дальнейшем, их можно использовать для проверки прохождения изображения через оптическую систему глаза, смоделированную на компьютере.

В статье [127] использована модель глаза на основе модели Лиоу-Брэннана. Рассмотрены такие ИОЛ, как: P359UV (Bausch&Lomb) с оптической силой в 21 диоптрию из ПММА, AcrySoft MA60BM (Alcon) – двояковыпуклая линза с ОС в 21 диоптрию и акриловая линза с ОС в 21 дптр фирмы AR40N (Allergan) и Tecnis Z9000 (AdvancedMedicalOpticsInc.) с ОС в 22 дптр из силикона. В статье упомянуты формулы дисперсии. У модели с естественным хрусталиком размер пятна рассеяния наименьший, у модели с линзой из силикона размер пятна

рассеяния наименьший по сравнению с другими моделями с ИОЛ. Были исследованы различные виды хроматизма в зависимости от материала линзы.

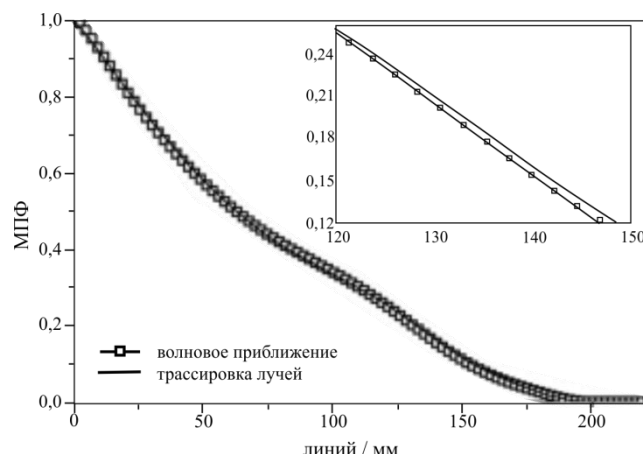


Рисунок 5. Сравнение модуляционной передаточной функции для геометрического и волнового методов.

4. Выводы

Рассмотрены математические модели человеческого глаза с искусственными хрусталиками. Показано сравнение модуляционной передаточной функции, хроматизма, функции рассеяния точки между различными типами линз. Показано сравнение результатов расчётов с помощью геометрических моделей и моделей, учитывающих волновую природу света. В ходе изучения литературы на момент начала ноября 2017 года не было обнаружено ни одной статьи, где бы было показано преобразование изображения оптической системой глаза не с помощью физической, а с помощью математической модели. Также из статей нельзя сравнить искажения, полученные после преобразования исходного изображения глазом с искусственным хрусталиком с дифракционными элементами того или иного профиля.

5. Литература

- [1] Бобров, С.Т. Оптика дифракционных элементов и систем / С.Т. Бобров, Г.И. Грейсух, Ю.Г. Туркевич. – Л.: Машиностроение, 1986.
- [2] Головашкин, Д.Л. Дифракционная компьютерная оптика / Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович, Н.Л. Казанский, В.В. Котляр, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина; под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2007. – 736 с.
- [3] Грейсух, Г.И. Сравнительный анализ хроматизма дифракционных и рефракционных линз / Г.И. Грейсух, Е.Г. Ежов, С.А. Степанов // Компьютерная оптика. – 2005. – Т. 28. – С. 60-65.
- [4] Грейсух, Г.И. Визуальная оценка влияния побочных дифракционных порядков на качество изображения, формируемого рефракционно-дифракционной оптической системой / Г.И. Грейсух, Е.Г. Ежов, С.В. Казин, З.А. Сидякина, С.А. Степанов // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 418-424.
- [5] Грейсух, Г.И. Дифракционная эффективность и качество изображения, формируемого рефракционно-дифракционной оптической системой / Г.И. Грейсух, Е.Г. Ежов, С.В. Казин, С.А. Степанов // Голография. Наука и Практика. Сборник трудов 12-й Международной Конференции «ГолоЭкспо -2015» 12-15 октября 2015 г. Казань, Россия. – С. 102-109.
- [6] Грейсух, Г.И. Расчет рельефов микроструктуры фазовых дифракционных элементов на криволинейных поверхностях вращения / Г.И. Грейсух, Е.Г. Ежов, З.А. Сидякина, С.А. Степанов // Голография. Наука и Практика. Сборник трудов 13-й Международной Конференции «ГолоЭкспо -2016» 12-15 сентября 2016 г. Ярославль, Россия. – С. 165-171.
- [7] Дегтярев, С.А. Влияние изменения кривизны преломляющих поверхностей глаза на качество изображения на сетчатке в модели Лиюу–Бреннана / С.А. Дегтярев, А.В.

- Карсаков, Е.С. Бранчевская, С.Н. Хонина, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2015. – Т. 39, № 5. – С. 702-708. – DOI: 10.18287/0134-2452-2015-39-5-702-708.
- [8] Золотарёв, Е.В. Глубина резкости интраокулярных линз с аберрациями высших порядков / А.В. Золотарёв, Е.В. Карлова, С.П. Котова, В.В. Патлань, К.Н. Руссков, С.А. Самагин, Т.Н. Сапцина // Краткие сообщения по физике ФИАН. – 2013. – №12.
- [9] Исаков, И.А. Отечественная бифокальная дифракционно-рефракционная структура ИОЛ: конструкция, оптические свойства / И.А. Исаков, В.П. Коронкевич, Г.А. Ленкова, В.П. Корольков // Вестник ОГУ. – 2007. – № 12. – С. 85-88.
- [10] Казанский, Н.Л. Процедура корректировки фазовой функции фокусатора по результатам вычислительного эксперимента / Н.Л. Казанский // Компьютерная оптика. – 1987. – Т. 1. – С. 90-95.
- [11] Казанский, Н.Л. Формирование изображений дифракционной многоуровневой линзой / Н.Л.Казанский, С.Н. Хонина, Р.В. Скиданов, А.А. Морозов, С.И. Харитонов, С.Г. Волоотовский // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 425-434.
- [12] Колобродов, В.Г. Оценка качества изображений мультифокальной дифракционной линзы / В.Г. Колобродов, Г.С. Тымчик, Е.А. Серый // Приборы и методы измерений. – 2014. – Т. 8, № 1. – С. 115-118.
- [13] Колобродов, В.Г. Проектирование многопорядковых интраокулярных линз / В.Г. Колобродов, Г.С. Тымчик, И.О. Кучугура // Приборы и методы измерений. – 2015. – Т. 6, № 2. – С. 204-210.
- [14] Коронкевич, В.П. Бифокальная дифракционная рефракционная линза / В.П. Коронкевич, Г.А. Ленкова, И.А. Исаков // Автометрия. – 1997. – № 6. – С. 26-41.
- [15] Коронкевич, В.П. Дифракционная интраокулярная линза: пат. РФ RU 2189117 / В.П. Коронкевич, Г.А. Ленкова, И.А. Исаков. – 27.07.02.
- [16] Коронкевич, В.П. Формирование изображения в оптических системах: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. – 76 с.
- [17] Коронкевич, В.П. Новое поколение бифокальных дифракционно-рефракционных линз / В.П. Коронкевич, Г.А. Ленкова, В.П. Корольков, А.Г. Полещук, И.А. Исаков, В.М. Треушников // Компьютерная Оптика. – 2008. – Т. 32, № 1. – С. 50-58.
- [18] Коронкевич, В.П. Бифокальная интраокулярная линза вместо хрусталика / В.П. Коронкевич, Г.А. Ленкова, В.П. Корольков, А.Г. Полещук, И.А. Исаков, А. Гутман, В.М. Треушников // Фотоника. – 2008. – № 1. – С. 10-13.
- [19] Курушина, С.Е. Математическая модель хрусталика, адекватно воспроизводящая его анатомическую структуру и оптические свойства системы глаза / С.Е. Курушина, Ю.Л. Ратис // Компьютерная оптика. – 2001. – №21. – С.81-87
- [20] Ленкова, Г.А. Влияние глубины фазового профиля на распределение интенсивности в порядках дифракции бифокального элемента / Г.А. Ленкова // Автометрия. – 1995. – № 5. – С. 16-24.
- [21] Ленкова, Г.А. Оптические характеристики интраокулярных линз в воздухе, воде и кювете / Г.А. Ленкова // Автометрия. – 1997. – № 3. – С. 35-47.
- [22] Ленкова, Г.А. Исследование оптического качества интраокулярных линз / Г.А. Ленкова, В.П. Коронкевич, И.А. Исаков // Автометрия. – 1997. – № 3. – С. 18-29.
- [23] Ленкова, Г.А. Сферохроматические аберрации модели глаза с бифокальными гибридными интраокулярными линзами / Г.А. Ленкова, М.М. Мызник // Автометрия. – 2001. – № 5. – С. 85-95.
- [24] Ленкова, Г.А. Влияние оптических параметров глаза на выбор рефракции монофокальных и бифокальных интраокулярных линз / Г.А. Ленкова // Автометрия. – 2001. – № 5. – С. 96-102.
- [25] Ленкова, Г.А. Исследование качества изображения схематического глаза с гибридной бифокальной интраокулярной линзой в зависимости от диаметра зрачка / Г.А. Ленкова, М.М. Мызник // Автометрия. – 2002. – Т. 38, №3. С. – 61-70.

- [26] Ленкова, Г.А. Методы исследования оптических характеристик бифокальных дифракционно-рефракционных интраокулярных линз / Г.А. Ленкова // *Автометрия*. – 2007. – Т. 43, № 3. – С. 85-99.
- [27] Ленкова, Г.А. Мультифокальная интраокулярная линза и способ ее изготовления: пат. РФ RU 2303961 / Г.А. Ленкова, В.П. Коронкевич, В.П. Корольков, И.А. Исаков. – 10.08.07.
- [28] Ленкова, Г.А. Хроматические аберрации дифракционно-рефракционных линз в модели глаза / Г.А.Ленкова // *Автометрия*. – 2009. – Т. 45, № 2. – С. 99-114.
- [29] Ленкова, Г.А. Влияние диаметра зрачка глаза и фазового сдвига в дифракционной структуре на бифокальные свойства дифракционно-рефракционных интраокулярных линз / Г.А.Ленкова // *Автометрия*. – 2010. – Т. 46, № 3. – С. 74-85.
- [30] Ленкова, Г.А. Исследование моделей глаза с дифракционно-рефракционным хрусталиком / Г.А. Ленкова // *Автометрия*. – 2012. – Т. 48, №4. – С. 12-19.
- [31] Ленкова, Г.А. Дифракционные элементы в конструкциях внутриглазных (факичных) контактных линз / Г.А. Ленкова // *Голография. Наука и практика Сборник трудов 10-й Международной конференции «ГолоЭкспо -2013» 17-18 сентября 2013 г. – Москва, 2013. – С. 180-184.*
- [32] Ленкова, Г.А. Исследование пространственно-энергетических характеристик фокальных областей бифокальных дифракционно-рефракционных хрусталиков глаза / Г.А. Ленкова // *Автометрия*. – 2017. – №1. – С. 83-93. DOI:10.3103/S8756699017010101.
- [33] Ленкова, Г.А. Особенности оптических поверхностей мультифокальных дифракционно-рефракционных хрусталиков глаза / Г.А. Ленкова // *Автометрия*. – 2017. – №5. – С. 17-29. DOI: 10.15372/AUT20170502/.
- [34] Одинокоев, С.Б. Создание ДОО для формирования точечных эталонных изображений в оптических системах / С.Б. Одинокоев, М.С. Ковалев, Г.Р. Сагателян, А.Б. Соломашенко, Е.А. Дроздова // *Компьютерная оптика*. – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 341-351.
- [35] Хонина, С.Н. Бинарная линза: Исследование локальных фокусов/С.Н. Хонина, А.В. Устинов, Р.В. Скиданов // *Компьютерная оптика*. – 2011. –Т. 35, № 3. – С. 339-346.
- [36] Чередник, В.И. Мультифокальные интраокулярные линзы – качество видения / В.И. Чередник, В.М. Треушников // *Фундаментальные исследования*. – 2008. – № 4. – С. 108-111.
- [37] Чередник, В.И. Трифокальная дифракционно-рефракционная интраокулярная линза – первые результаты / В.И.Чередник, В.М. Треушников // *Усп. соврем. естествознания*. – 2007. – № 12. – С. 126-128.
- [38] Alba-Bueno, F. Energy balance in apodized diffractive multifocal intraocular lenses / F. Alba-Bueno, F. Vega, M.S. Millaan // *International Commission for Optics (ICO 22). International Society for Optics and Photonics*. – 2011. – P. 80119G-80119G-10.
- [39] Alba-Bueno, F. Halos and multifocal intraocular lenses: origin and interpretation / F. Alba-Bueno, F. Vega, M.S. Millaan // *Arch. Soc. Esp. Oftalmol*. – 2014. – Vol. 89(10). – P. 397-404.
- [40] De Almeida, M.S. Different schematic eyes and their accuracy to the in vivo eye: A quantitative comparison study / M.S. De Almeida, L.A. Carvalho // *Brazilian Journal of Physics*. – 2007. – Vol. 37(2A). – P. 378-387.
- [41] Artal, P. Contribution of the cornea and internal surfaces to the change of ocular aberrations with age / P. Artal, E. Berrio, A. Guirao, P. Piers // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2002. – Vol. 19(1). – P. 137-143. DOI: 10.1364/JOSAA.19.000137.
- [42] Artal, P. Visual effect of the combined correction of spherical and longitudinal chromatic aberrations / P.Artal // *Opt. Express*. – 2010. – Vol. 18(2). – P. 1637-1648.
- [43] Berezny, A.E. Computer-generated holographic optical elements produced by photolithography / A.E. Berezny, S.V. Karpeev, G.V. Uspleniev // *Optics and Lasers in Engineering*. – 1991. – Vol. 15(5). – P. 331-340.
- [44] Brezna, W. Human eye modeling for intraocular lens design and for calculating intraocular lens power / W. Brezna, N. Dragostinoff, M. Prinz // *Paper presented at the IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*. – 2012. – P. 534-539. DOI:10.3182/20120829-3-HU-2029.00026.

- [45] Castignoles, F. Comparison of the efficiency, MTF and chromatic properties of four diffractive bifocal intraocular lens designs / F. Castignoles, M. Flury, T. Lepine // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18(5). – P. 5245-5256. DOI:10.1364/OE.18.005245.
- [46] Cohen, A.L. Progressive intensity phase bifocal: patent US 4 881 805 / A.L. Cohen. – 21.11.89.
- [47] Cohen, A.L. Multifocals using phase shifting: patent US 5 017 000 / A.L. Cohen. – 21.05.91.
- [48] Cohen, A.L. Progressive intensity phase bifocal: patent US 5 054 905 / A.L. Cohen. – 08.10.91.
- [49] Cohen, A.L. Optic zone phase channels: patent US 5056908 A / A.L. Cohen. – 15.10.91.
- [50] Cohen, A.L. Diffraction IOL with Micro-modulation: patent US 20120224138 A1 / A.L. Cohen. – 06.09.12.
- [51] Cosoburd, T. Diffractive multi-focal lens/T. Cosoburd, J. Kedmi, I. Grossinger, U. Levy // US 5760871, Acc. June 2, 1998.
- [52] Davis, J.A. Subharmonic focal-length intensities formed by Fresnel lenses / J.A. Davis, A.M. Field, D.M. Cottrell // *Appl. Opt.* – 1994. – Vol. 10; 33(35). – P. 8194-8196. DOI: 10.1364/AO.33.008194.
- [53] Deacon, J. Foldable intraocular lens and method of making: patent US 7615073 B2 / J. Deacon. – 10.11.09.
- [54] Donnelly III, W. The advanced human eye model (AHM): A personal binocular eye modeling system inclusive of refraction, diffraction, and scatter / W.Donnelly III // *Journal of Refractive Surgery*. – 2008. – Vol. 24(9). – P. 976-983.
- [55] Doskolovich, L.L. Analysis of quasiperiodic and geometric optical solutions of the problem of focusing into an axial segment / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, V.A. Soifer, A.Ye. Tzaregorodtzev // *Optik -International Journal for Light and Electron Optics*. – 1995. – Vol. 101(2). – P. 37-41.
- [56] Doskolovich, L.L. A method for estimating the DOE's energy efficiency / L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S.I. Kharitonov, A.Ye. Tzaregorodtzev // *Optics and Laser Technology*. – 1995. – Vol. 27(4). – P. 219-221.
- [57] Eisenmann, D. Theoretical and clinical image properties of refractive 3-zone multifocal lenses with different distribution of far and near focus / D. Eisenmann // *Klin. Monatsbl. Augenheilkd.* – 1994. – Vol. 205(5). – P. 289-297.
- [58] Eppig, T. Assessing the optical performance of multifocal (diffractive) intraocular lenses / T. Eppig, K. Scholz, A. Langenbucher // *Ophthalmic Physiol. Opt.* – 2008. – Vol. 28(5). – P. 467-474.
- [59] Esteve-Taboada, J.J. Effect of large apertures on the optical quality of three multifocal lenses / J.J. Esteve-Taboada // *J. Refract. Surg.* – 2015. – Vol. 31(10). – P. 666-676.
- [60] Fernández, D. Multifocal intraocular lens providing optimized through-focus performance / D. Fernández, S. Barbero, C. Dorronsoro, S. Marcos // *Optics Letters*. – 2013. – Vol. 38(24). – P. 5303-5306. DOI:10.1364/OL.38.005303.
- [61] Fiala, W. Multifocal lens exhibiting diffractive and refractive powers: patent US 6536899 B1 / W. Fiala. – 25.03.2003.
- [62] Fiala, W. Multifocal lens exhibiting diffractive and refractive powers: patent EP 1194797 B1 / W. Fiala. – 24.11.2004.
- [63] Fiala, W. Multifocal lens: patent WO/2011/134948 / W. Fiala, M. Gerlach. – 03.11.2011.
- [64] Freeman, M.H. Ophthalmic lens with diffractive power: patent US 4.936.666 / M.H. Freeman – 10.02.87.
- [65] Frieling-Reuss, E.H. Comparative analysis of the visual and refractive outcomes of an aspheric diffractive intraocular lens with and without toricity / E.H. Frieling-Reuss // *J. Cataract Refract. Surg.* – 2013. – Vol. 39(10). – P. 1485-1493.
- [66] Futhey, J.A. Diffractive bifocal intraocular lens / J.A. Futhey // *SPIE. Holographic Optics: Optically and Computer Generated*. – 1989. – Vol. 1052. – P. 142.
- [67] Futhey, J.A. Diffractive lens: patent US 4.936.666 / J.A. Futhey. – 26.06.90.
- [68] Futhey, J.A. Multifocal ophthalmic lenses: patent US 5129718 / J.A. Futhey, W.B. Isaacson, M.J. Simpson. – 14.07.92.

- [69] Golub, M.A. Focusing light into a specified volume by computer synthesized holograms / M.A. Golub, S.V. Karpeev, A.M. Prokhorov, I.N. Sisakyan, V.A. Soifer // *Soviet Technical Physics Letters*. – 1981. – Vol. 7(10). – P. 264-266.
- [70] Golub, M.A. Computational experiment with plane optical elements / M.A. Golub, N.L. Kazanskii, I.N. Sisakyan, V.A. Soifer // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 1988. – Vol. 24(1). – P. 78-89.
- [71] Golub, M.A. Diffraction calculation of the field intensity near the focal line of a focuser / M.A. Golub, N.L. Kazanskii, I.N. Sisakyan, V.A. Soifer, S.I. Kharitonov // *Optics and Spectroscopy*. – 1989. – Vol. 67(6). – P. 814-815.
- [72] Golub, M.A. Computational experiment for computer generated optical elements / M.A. Golub, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S.I. Kharitonov, N.G. Orlova, I.N. Sisakian, V.A. Soifer // *Proceedings of SPIE*. – 1991. – Vol. 1500. – P. 194-206.
- [73] Golub, M.A. Multigradation Fresnel Lens / M.A. Golub, N.L. Kazanskii, I.N. Sisakyan, V.A. Soifer, G.V. Usplenyev, D.M. Yakunenkova // *Soviet Technical Physics*. – 1991. – Vol. 61(4). – P. 195-197.
- [74] Golub, M.A. Computer generated diffractive multi-focal lens / M.A. Golub, L.L. Doskolovich, N.L. Kazanskiy, S.I. Kharitonov, V.A. Soifer // *Journal of Modern Optics*. – 1992. – Vol. 39(6). – P. 1245-1251. DOI: 10.1080/713823549.
- [75] Grossinger, I. Simultaneous multifocal lens and method of utilising same for treating visual disorders / I. Grossinger, M. Golub // US 6364483, Acc. Apr. 2, 2002.
- [76] Guirao, A. Optical aberrations of the human cornea as a function of age / A. Guirao, M. Redondo, P. Artal // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2000. – Vol. 17(10). – P. 1697-1702.
- [77] Hansen, T.E. New multifocal intraocular lens design / T.E. Hansen // *J. Cataract Refract. Surg.* – 1990. – Vol. 16(1). – P. 38-41.
- [78] Hayashi, K. Correlation between papillary size and intraocular lens decentration and visual acuity of zonal-progressive multifocal lens and monofocal lens / K. Hayashi // *Ophthalmology*. – 2001. – Vol. 108. – P. 2011-2017.
- [79] He, J.C. Wavefront aberrations in the anterior corneal surface and the whole eye / J.C. He, J. Gwiazda, F. Thorn, R. Held // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2003. – Vol. 20(7). – P. 1155-1163. DOI: 10.1364/JOSAA.20.001155.
- [80] Hinze, U. Additive manufacturing of a trifocal diffractive-refractive lens / U. Hinze, A. El-Tamer, L.L. Doskolovich, E.A. Bezus, S. Reib, H. Stolz, B. Chichkov // *Optics Communications*. – 2016. – Vol. 372. – P. 235-240.
- [81] Hong, X. Optimizing distance image quality of an aspheric multifocal intraocular lens using a comprehensive statistical design approach / X. Hong, X. Zhang // *Optics Express*. – 2008. – Vol. 16(25). – P. 20920-20934. DOI: 10.1364/OE.16.020920.
- [82] Houbrechts, Y.A.J. Intraocular lens: patent WO 092169 / Y.A.J. Houbrechts, C.R.M.A. Pagnoulle, D. Gatinel. – 04.08.2011.
- [83] Houbrechts, Y.A.J. Lentille intraoculaire: patent BE 1019161 / Y.A.J. Houbrechts, C.R.M.A. Pagnoulle, D. – 03.04.2012.
- [84] Jampolsky, A. Flexible Fresnel refracting membrane adhered to ophthalmic lens: patent US 3628854 / A. Jampolsky. – 21.12.71.
- [85] Kazansky, N.L. Numerical experiment with a Fresnel lens / N.L. Kazansky // *Computer Optics*. – 1990. – Vol. 2(1). – P. 17-21.
- [86] Kazanskiy, N.L. Computer-aided design of diffractive optical elements / N.L. Kazanskiy, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer // *Optical Engineering*. – 1994. – Vol. 33(10). – P. 3156-3166.
- [87] Kelly, J.E. Compensation of corneal horizontal/vertical astigmatism, lateral coma, and spherical aberration by internal optics of the eye / J.E. Kelly, T. Mihashi, H.C. Howland // *Journal of Vision*. – 2004. – Vol. 4. – P. 262-271. DOI: 10.1167/4.4.2.
- [88] Kelly-Pérez, I. Modelling image formation on the retina and backscattered light in the human eye with cataracts / I. Kelly-Pérez, N.C. Bruce, L.R. Berriel-Valdos // Paper presented at the

- Proceedings of SPIE - the International Society for Optical Engineering. – 2011. – P. 8001. DOI:10.1117/12.892137.
- [89] Khonina, S.N. Diffractive optical element matched with Zernike basis / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, Ya. Wang // Pattern Recognition and Image Analysis. – 2001. – Vol. 11(2). – P. 442-445.
- [90] Khonina, S.N. Zernike phase spatial filter for measuring the aberrations of the optical structures of the eye / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, D.V. Kirsh // Journal of Biomedical Photonics & Engineering. – 2015. – Vol. 1(2). – P. 146-153.
- [91] Kirilenko, M.S. Wavefront analysis based on Zernike polynomials / M.S. Kirilenko, P.A. Khorin, A.P. Porfirev // CEUR Workshop Proceedings. – 2016. – Vol. 1638. – P. 66-75. DOI: 10.18287/1613-0073-2016-1638-66-75.
- [92] Krutzler, C. Recent developments in modeling innovative intraocular lenses / C. Krutzler, K. Lux, M. Prinz // Paper presented at the IFAC Proceedings Volumes (IFAC-Papers Online). – 2012. – P. 518-522. DOI:10.3182/20120829-3-HU-2029.00022.
- [93] Lagunas, A. Human eye visual hyperacuity: Controlled diffraction for image resolution improvement / A. Lagunas, O. Domínguez, S. Martínez-Conde, S.L. Macknik, C. Del-Río // Journal of Applied Physics. – 2017. – Vol. 122(9). DOI:10.1063/1.4987017.
- [94] Chun-Shen, L. Diffractive multifocal ophthalmic lens: patent US N 5699142A / L. Chun-Shen, M.J. Sympson. – 16.12.97.
- [95] Lenkova, G.A. Analytical calculation of spherical aberrations of the eye model with intraocular lenses / G.A. Lenkova // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2000. – Vol. 3. – P. 77-88.
- [96] Lenkova, G.A. Specific Features of Measuring the Optical Power of Artificial Refractive and Diffractive-Refractive Eye Lenses / G.A. Lenkova // Optics and Spectroscopy. – 2016. – Vol. 121(2). – P. 335-347.
- [97] Lombardo, M. Wave aberration of human eyes and new descriptors of image optical quality and visual performance / M. Lombardo, G. Lombardo // Journal of Cataract & Refractive Surgery. – 2010. – Vol. 36(2). – P. 313-331. DOI: 10.1016/j.jcrs.2009.09.026.
- [98] Lotmar, W. Theoretical Eye Model with Aspherics / W. Lotmar // JOSA. – 1971. – Vol. 61(11). – P. 1522-1529.
- [99] Mondal, P. Diffraction images of truncated square-wave periodic objects formed by a human eye in the presence of stiles-crawford effect-I / P. Mondal, S. Shosh // National Academy Science Letters. – 2008. – Vol. 31(5-6). – P. 197-200.
- [100] Morris, G.M. Bifocal multiorder diffractive lenses for vision correction / G.M. Morris, D.A. Buralli, R.J. Federico // US 2005/0057720 A1, Accepted Mar. 17, 2005.
- [101] Morris, G.M. Bifocal multiorder diffractive lenses for vision correction № 7093938 B2 / G.M. Morris, V. Nordan, D.A. Buralli, R.J. Federico // Accepted 22.08.2006.
- [102] Morris, G.M. Diffractive lenses for vision correction US 7 156 516 B2 / G.M. Morris, D.A. Buralli, R.J. Federico // Accepted Jan. 2, 2007.
- [103] Mrochen, M. Correlation between corneal and total wavefront aberrations in myopic eyes / M. Mrochen, M. Jankov, M. Bueeler, T. Seiler // Journal of Refractive Surgery. – 2003. – Vol. 19(2). – P. 104-112. DOI: 10.3928/1081-597X-20030301-04
- [104] Munoz, G. Combining zonal refractive and diffractive aspheric multifocal intraocular lenses / G. Munoz // J. Refract. Surg. – 2012. – Vol. 28(3). – P. 174-181.
- [105] Choi, M.-T. Multifocal diffractive ophthalmic lens using suppressed diffractive order / M.-T. Choi, X. Hong, Y. Liu // Patent US 20150331253 A. – 19.11.15.
- [106] Negishi, K. Visual simulation of retinal images through a decentered monofocal and a refractive multifocal intraocular lens / K. Negishi, K. Ohnuma, T. Ikeda, T. Noda // Japanese Journal of Ophthalmology. – 2005. – Vol. 49(4). – P. 281-286. DOI:10.1007/s10384-005-0194-z.
- [107] Niederer, W. Theoretical and practical vision quality with diffractive-multifocal lenses / W. Niederer // Klin. Monatsbl. Augenheilkd. – 1991. – Vol. 198(5). – P. 393-395.
- [108] Norrby, S. Model eyes for evaluation of intraocular lenses / S. Norrby // Appl. Opt. – 2007. – Vol. 46(26). – P. 6595-6605.

- [109] Norrby, S. Methods of obtaining ophthalmic lenses providing the eye with reduced aberrations / S.Norrby // Patent US 8020995 B2. – 20.09.11.
- [110] Osipov, V. Fabrication of three-focal diffractive lenses by two-photon polymerization technique / V. Osipov, L.L. Doskolovich, E.A. Bezus, W. Cheng, A. Gaidukeviciute, B. Chichkov // Applied Physics A: Materials Science and Processing. – 2012. – Vol. 107(3). – P. 525-529. DOI: 10.1007/s00339-012-6903-9.
- [111] Osipov, V. Application of nanoimprinting technique for fabrication of trifocal diffractive lens with sine-like radial profile / V. Osipov, L.L. Doskolovich, E.A. Bezus, T. Drew, K. Zhou, K. Sawalha, J.S.W. Wolffsohn // Journal of Biomedical Optics. – 2015. – Vol. 20(2). DOI: 10.1117/1.JBO.20.2.025008.
- [112] Plainis, S. Power Profiles of Multifocal Contact Lenses and Their Interpretation / S. Plainis, D.A. Atchison, W.N. Charman // Optometry and Vision Science. – 2013. – Vol. 90(10). – P. 1066-1077.
- [113] Polans, J. Wide-field optical model of the human eye with asymmetrically tilted and decentered lens that reproduces measured ocular aberrations / J. Polans, B. Jaeken, R.P. McNabb, P. Artal, J.A. Izatt // Optica. – 2015. – Vol. 2(2). – P. 124-134. DOI:10.1364/OPTICA.2.000124.
- [114] Portney, V. Aspherical diffractive ophthalmic lens / V. Portney // Patent US 7073906. – 14.11.2005.
- [115] Portney, V. Light distribution in diffractive multifocal optics and its optimization / V. Portney // J. Cataract Refract. Surg. – 2011. – Vol. 37(11). – P. 2053-2059.
- [116] Rao, F. Design of multi-focus intraocular lenses / F. Rao // Chinese Optics. – 2012. – Vol. 5(5). – P. 485-492. DOI:10.3788/CO.20120505.0485.
- [117] Rawer, R. Imaging quality of intraocular lenses / R. Rawer // J. Cataract Refract. Surg. – 2005. – Vol. 31(8). – P. 1618-1631.
- [118] Risse, J.F. Apparent accommodation of the aphakic eye corrected by an lens / J.F. Risse, P. Girardon, M. Boissonnot // Bull. Soc. Ophthalmol. Fr. – 1989. – Vol. 89(8/9). – P. 1039-1044.
- [119] Roffman, J.H. Multifocal ophthalmic lenses and processes for their production / J.H. Roffman, D.F. Ross, M. Guillon // Patent US 6511178. – 28.01.03.
- [120] Ruiz-Alcocer, J. Optical performance of two new trifocal intraocular lenses: through-focus modulation transfer function and influence of pupil size / J. Ruiz-Alcocer // Clin. Exp. Ophthalmol. – 2014. – Vol. 42(3). – P. 271-276.
- [121] Sanjay, R.S.A. Refractive-diffractive lens / R.S.A. Sanjay, T.H. Munavvar // Patent US 20120165932 A1. – 28.06.12.
- [122] Sanjay, R.S.A. Refractive-diffractive ophthalmic device and compositions useful for producing same / R.S.A.Sanjay // Patent US 20130107201 A1. – 02.05.13.
- [123] Savini, G. Influence of the effective lens position, as predicted by axial length and keratometry, on the near add power of multifocal intraocular lenses / G. Savini // J. Cataract Refract. Surg. – 2016. – Vol. 42(1). – P. 44-49.
- [124] Serafimovich, P.G. Diffraction analysis of focusing optical elements / P.G. Serafimovich // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. Optical Technologies for Telecommunications. – 2013. – Vol. 2014. – P. 91560L.
- [125] Siedlecki, D. Retinal images in a model of a pseudophakic eye with classic and hybrid intraocular lenses / D. Siedlecki, M. Zajac, J. Nowak // Journal of Modern Optics. – 2008. – Vol. 55(4-5). – P. 653-669. DOI:10.1080/09500340701467884.
- [126] Soda, M. Effect of decentration on the optical performance in multifocal intraocular lenses / M. Soda, S. Yaguchi // Ophthalmologica. – 2012. – Vol. 227(4). – P. 197-204. DOI: 10.1159/000333820.
- [127] Sun, M. Full 3-D OCT-based pseudophakic custom computer eye model / M. Sun, P. Pérez-Merino, E. Martínez-Enriquez, M. Velasco-Ocana, S. Marcos // Biomedical Optics Express. – 2016. – Vol. 7(3). – P. 1074-1088. DOI:10.1364/BOE.7.001074.
- [128] Terwee, T. Visualization of the retinal image in an eye model with spherical and aspheric, diffractive, and refractive multifocal intraocular lenses / T. Terwee // J. Refract. Surg. – 2008. – Vol. 24(3). – P. 223-232.

- [129] Tognetto, D. Analysis of the optical quality of intraocular lenses / D. Tognetto // Invest. Ophthalmol. Vis. Sci. – 2004. – Vol. 45(8). – P. 2682-2690.
- [130] Vega, F. Energy distribution between distance and near images in apodized diffractive multifocal intraocular lenses / F. Vega, F. Alba-Bueno, M.S. Milloan // Invest. Ophthalmol. Vis. Sci. – 2011. – Vol. 52(8). – P. 5695-5701.
- [131] Vega, F. Energy efficiency of a new trifocal intraocular lens / F. Vega, F. Alba-Bueno, M.S. Millan // J. Eur. Opt. Soc. – 2014. – Vol. 9(1). – URL: http://www.jeos.org/index.php/jeos_rp/article/view/14002.
- [132] Vega, F. Halo and through-focus performance of four diffractive multifocal intraocular lenses / F. Vega // Invest. Ophthalmol. Vis. Sci. – 2015. – Vol. 56(6). – P. 3967-3975.
- [133] Weeber, H.A. Single microstructure lens, systems and methods / H.A. Weeber // Patent US 20110149236 A1. – 23.06.11.
- [134] Weeber, H.A. Theoretical performance of intraocular lenses correcting both spherical and chromatic aberration / H.A. Weeber, P.A. Piers // J. Refract. Surg. – 2012. – Vol. 28(1). – P. 48-52.
- [135] Weeber, H.A. Extending the range of vision using diffractive intraocular lens technology / H.A. Weeber, S.T. Meijer, P.A. Piers // J. Cataract Refract. Surg. – 2015. – Vol. 41(12). – P. 2746-2754.
- [136] Zhang, S. Design and simulation of a superposition compound eye system based on hybrid diffractive-refractive lenses / S. Zhang, L. Zhou, C. Xue, L. Wang // Applied Optics. – 2017. – 56(26). – P. 7442-7449. DOI:10.1364/AO.56.007442.
- [137] Zoulinakis, G. Accommodation in human eye models: A comparison between the optical designs of navarro, arizona and liou-brennan / G. Zoulinakis, J.J. Esteve-Taboada, T. Ferrer-Blasco, D. Madrid-Costa, R. Montés-Micó // International Journal of Ophthalmology. – 2017. – 10(1). – P. 43-50.

Mathematical models of image formation from the eye with diffractive intraocular lens

A.V. Gornostay¹

¹Samara National Research University, MoskovskoeShosse 34A, Samara, Russia, 443086

Abstract. This article is a review of methods for comparison of different types of hybrid diffractive intraocular lenses by methods of mathematical modelling. Bifocal, trifocal and multifocal lenses are considered. Modelling of the optical system can be undertaken by geometrooptical approximation or by approximation of wave optics. A comparison of eye's models is considered too. Advantages and disadvantages of bifocal, trifocal and multifocal lenses are shown from the position of energy efficiency, MTF, ability or disability of vision on middle distances without significant defocusing.

Keywords: hologram, intraocular lens, diffraction, human eye, image formation.